

Énoncés**Exercice 1**

Résoudre les équations suivantes :

a] $4(2 + 3x) - (x - 5) = 0$

c] $4x - 2 + (5x - 1) = -3(7 - x)$

b] $-2(2x - 4) = 6x - (-3 + \frac{x}{3})$

d] $\frac{x+5}{2} - \frac{2x-7}{5} = 2 + \frac{3x}{10}$

Exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

e] $(3x + 7)(4x - 8) = 0$

g] $(9x - 4)(-2 + 5x) - (9x - 4)(3x - 5) = 0$

f] $5(9x - 3)(-5x - 13) = 0$

h] $4x^2 + 4x + 1 + (2x + 1)(4x + 1) = 0$

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

i] $x^2 = 25$

l] $x^2 + 2x + 1 = 0$

j] $50x^2 = 8$

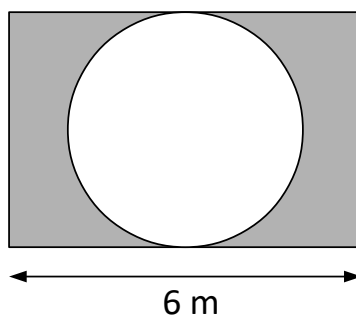
m] $x^2 - 2 = 0$

k] $x^2 + 9 = 0$

n] $(x - 3)^2 = 16$

Exercice 4

Un disque de rayon non nul est tangent à deux côtés opposés d'un rectangle de longueur 6 m.
Calculer le rayon du disque pour que son aire soit égale à l'aire grise.



Exercice 5

Un triangle ABC est tel que $AB = 6$ cm ; $AC = x$ cm et $BC = x + 3$ cm.

Déterminer la valeur que doit prendre x pour que ABC soit rectangle en A .

Exercice 6

On a $A = (3 - x)^2 - (3 - x)(5 + x) + 5(9 - x^2)$

1. Développer A .
2. Factoriser A .
3. En choisissant la forme de A la plus adaptée, résoudre ces équations :
 - a] $A = 0$
 - b] $A = 39$

Exercice 7

Déterminer tous les nombres dont le double est égal au triple du carré.

Exercice 8 ***L'âge de Diophante***

Diophante d'Alexandrie a vécu en Grèce en (-300) et est souvent considéré comme le père de l'algèbre. Un poème grec daté de (+500) lui rendant hommage a été ainsi traduit par Émile Fourrey, en 1899 :

Passant, sous ce tombeau repose Diophante.
 Ces quelques vers tracés par une main savante
 Vont te faire connaître à quel âge il est mort.
 Des jours assez nombreux que lui compta le sort,
 Le sixième marqua le temps de son enfance ;
 Le douzième fut pris par son adolescence.
 Des sept parts de sa vie, une encore s'écoula,
 Puis s'étant marié, sa femme lui donna
 Cinq ans après un fils, qui, du destin sévère,
 Reçut de jours hélas ! deux fois moins que son père.
 De quatre ans, dans les pleurs, celui-ci survécut.
 Dis, si tu sais compter, à quel âge il mourut.

Déterminer l'âge auquel, selon cette épitaphe malicieuse, Diophante serait décédé.

Exercice 9

Pierre et Paul possèdent tous les deux une piscine de la forme d'un parallélépipède rectangle ayant une profondeur de 2 m. Pour chaque piscine, la longueur vaut le double de la largeur.

Ces deux piscines ne sont pas identiques : en effet, celle de Paul est plus large de 1 m. D'ailleurs, elle est plus longue à remplir que celle de Pierre puisqu'il faut un jour supplémentaire, avec un débit d'eau de 25 L/min.

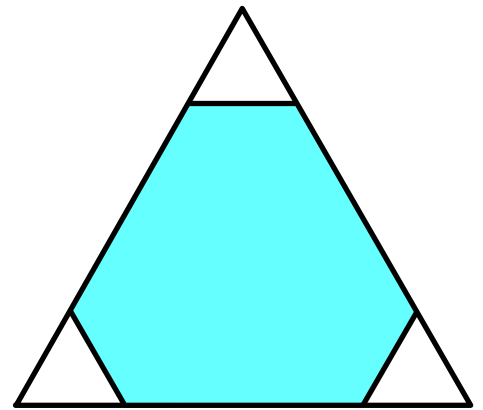
Quelles sont les dimensions de la piscine de Pierre ?

Exercice 10

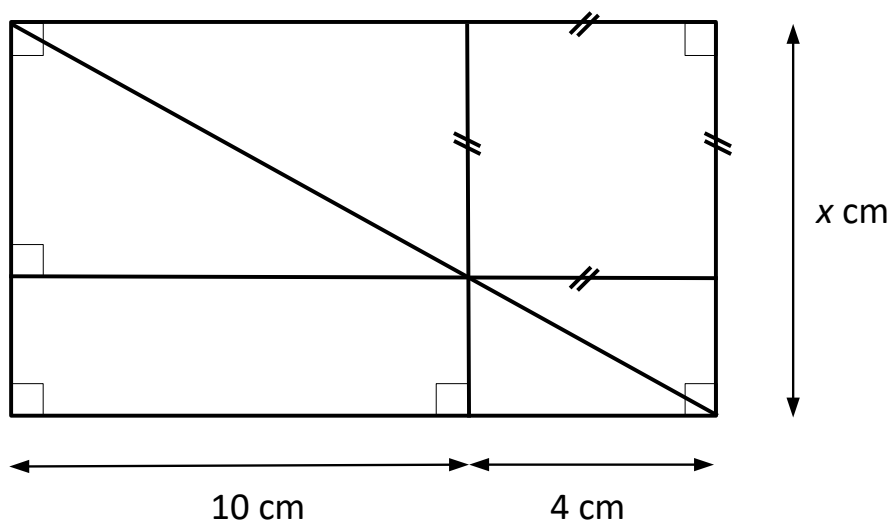
Trois triangles équilatéraux identiques sont découpés aux sommets d'un triangle équilatéral de 12 cm de côté.

La somme des périmètres des trois petits triangles est égale au périmètre de l'hexagone bleu restant.

Quelle est la longueur du côté des petits triangles ?

**Exercice 11**

Quelle doit être la valeur de x pour que la figure ci-dessous soit réalisable ?



Corrigés

Exercice 1

a] $4(2 + 3x) - (x - 5) = 0$

$8 + 12x - x + 5 = 0$

$11x = -13$

$x = -\frac{13}{11}$

La solution de l'équation est $\left(-\frac{13}{11}\right)$

b] $-2(2x - 4) = 6x - (-3 + \frac{x}{3})$

$-4x + 8 = 6x + 3 - \frac{x}{3}$

$-12x + 24 = 18x + 9 - x$

$15 = 29x$

$x = \frac{15}{29}$

La solution de l'équation est $\frac{15}{29}$

c] $4x - 2 + (5x - 1) = -3(7 - x)$

$4x - 2 + 5x - 1 = -21 + 3x$

$9x - 3 = -21 + 3x$

$6x = -18$

$x = -3$

La solution de l'équation est (-3) .

d]
$$\frac{x+5}{2} - \frac{2x-7}{5} = 2 + \frac{3x}{10}$$
$$\frac{5 \times (x+5)}{10} - \frac{2 \times (2x-7)}{10} = \frac{20}{10} + \frac{3x}{10}$$

$5(x+5) - 2(2x-7) = 20 + 3x$

$5x + 25 - 4x + 14 = 20 + 3x$

$x + 39 = 20 + 3x$

$-2x = -19$

$x = \frac{19}{2}$

La solution de l'équation est $\frac{19}{2}$.

Exercice 2

e] $(3x + 7)(4x - 8) = 0$

On a : $3x + 7 = 0$ ou $4x - 8 = 0$

$3x = -7$ ou $4x = 8$

$x = -\frac{7}{3}$ ou $x = \frac{8}{4}$

Les solutions de l'équation sont $-\frac{7}{3}$ et 2 .

f] $5(9x - 3)(-5x - 13) = 0$

$(9x - 3)(-5x - 13) = 0$

On a : $9x - 3 = 0$ ou $-5x - 13 = 0$

$9x = 3$ ou $-5x = 13$

$x = \frac{3}{9}$ ou $x = -\frac{13}{5}$

Les solutions de l'équation sont $\frac{1}{3}$ et $-\frac{13}{5}$.

g] $(9x - 4)(-2 + 5x) - (9x - 4)(3x - 5) = 0$

$(9x - 4)(-2 + 5x - 3x + 5) = 0$

$(9x - 4)(2x + 3) = 0$

On a : $9x - 4 = 0$ ou $2x + 3 = 0$

$x = \frac{4}{9}$ ou $x = -\frac{3}{2}$

Les solutions de l'équation sont $\frac{4}{9}$ et $-\frac{3}{2}$.

h] $4x^2 + 4x + 1 + (2x + 1)(4x + 1) = 0$

$(2x + 1)^2 + (2x + 1)(4x + 1) = 0$

$(2x + 1)(2x + 1 + 4x + 1) = 0$

$(2x + 1)(6x + 2) = 0$

On a : $2x + 1 = 0$ ou $6x + 2 = 0$

$x = -\frac{1}{2}$ ou $x = -\frac{2}{6}$

Les solutions de l'équation sont $-\frac{1}{2}$ et $-\frac{1}{3}$.

Exercice 3

i] $x^2 = 25$

L'équation a deux solutions : **(-5) et 5.**

j] $50x^2 = 8$

$$x^2 = \frac{8}{50}$$

$$x^2 = \frac{4}{25}$$

L'équation a deux solutions : $-\frac{2}{5}$ et $\frac{2}{5}$

k] $x^2 + 9 = 0$

$$x^2 = -9$$

L'équation n'a **pas de solution.**

l] $x^2 + 2x + 1 = 0$

$$(x + 1)^2 = 0$$

$$x + 1 = 0$$

L'équation a une seule solution qui est **(-1).**

m] $x^2 - 2 = 0$

$$x^2 = 2$$

L'équation a deux solutions : $(-\sqrt{2})$ et $\sqrt{2}$

n] $(x - 3)^2 = 16$

$$(x - 3)^2 - 16 = 0$$

$$(x - 3)^2 - 4^2 = 0$$

$$(x - 3 - 4)(x - 3 + 4) = 0$$

$$(x - 7)(x + 1) = 0$$

On a :	$x - 7 = 0$	ou	$x + 1 = 0$
	$x = 7$	ou	$x = -1$

L'équation a deux solutions : **(-1) et 7.****Exercice 4**Soit r le rayon du disque. L'aire du disque vaut πr^2 La largeur du rectangle vaut $2r$ donc son aire vaut $2r \times 6 = 12r$

Cherchons r tel que :

$$\begin{aligned}\pi r^2 &= 12r - \pi r^2 \\ 2\pi r^2 - 12r &= 0 \\ r(2\pi r - 12) &= 0\end{aligned}$$

On a donc $r = 0$ ou $2\pi r - 12 = 0$

$$\begin{aligned}2\pi r &= 12 \\ r &= \frac{12}{2\pi}\end{aligned}$$

Comme le rayon du disque n'est pas nul alors **le rayon vaut $\frac{6}{\pi}$ m.**

Exercice 5

Pour que ABC soit rectangle en A il faut que :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$(3 + x)^2 = 6^2 + x^2$$

$$x^2 + 6x + 9 = 36 + x^2$$

$$6x = 27$$

$$x = \frac{27}{6}$$

$$x = \frac{9}{2}$$

Pour que ABC soit rectangle en A il faut que $x = 4,5 \text{ cm}$.

Exercice 6

$$\begin{aligned} 1. \text{ On a : } A &= (3 - x)^2 - (3 - x)(5 + x) + 5(9 - x^2) \\ &= 9 - 6x + x^2 - (15 + 3x - 5x - x^2) + 45 - 5x^2 \\ &= 9 - 6x + x^2 - 15 - 3x + 5x + x^2 + 45 - 5x^2 \end{aligned}$$

$$\text{d'où } A = -3x^2 - 4x + 39$$

$$\begin{aligned} 2. \text{ On a : } A &= (3 - x)(3 - x) - (3 - x)(5 + x) + 5(3 - x)(3 + x) \\ &= (3 - x)[(3 - x) - (5 + x) + 5(3 + x)] \\ &= (3 - x)[3 - x - 5 - x + 15 + 5x] \end{aligned}$$

$$\text{d'où } A = (3 - x)(13 + 3x)$$

$$3. \text{ a] Résolvons } A = 0 \quad \text{c'est-à-dire :} \quad (3 - x)(13 + 3x) = 0$$

$$\text{On a : } 3 - x = 0 \quad \text{ou} \quad 13 + 3x = 0$$

$$\text{Les solutions de } A = 0 \text{ sont donc } -\frac{13}{3} \text{ et } 3.$$

$$\begin{aligned} \text{b] Résolvons } A &= 39 \quad \text{c'est-à-dire :} \quad -3x^2 - 4x + 39 = 39 \\ &\quad -3x^2 - 4x = 0 \\ &\quad x(-3x - 4) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{On a : } x &= 0 \quad \text{ou} \quad -3x - 4 = 0 \\ x &= 0 \quad \text{ou} \quad -4 = 3x \end{aligned}$$

$$\text{Les solutions de } A = 39 \text{ sont donc } -\frac{4}{3} \text{ et } 0.$$

Exercice 7

Soit x un nombre dont le double est égal au triple du carré.

$$\begin{aligned}\text{Cherchons } x \text{ tel que } 2x &= 3x^2 \\ 2x - 3x^2 &= 0 \\ x(2 - 3x) &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{On a donc } x &= 0 \quad \text{ou} \quad 2 - 3x = 0 \\ 2 &= 3x \\ x &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

Les nombres dont le double est égal au triple du carré sont **0** et **$\frac{2}{3}$** .

Exercice 8

Soit x l'âge auquel Diophante est mort. Traduisons alors en langage algébrique les durées du poème.

$$\begin{array}{lll}\text{Enfance : } \frac{x}{6} & \text{Adolescence : } \frac{x}{12} & \text{Jeune adulte : } \frac{x}{7} \\ \text{Vie en couple : } 5 & \text{Père : } \frac{x}{2} & \text{Fin de vie : } 4\end{array}$$

$$\begin{aligned}\text{On résout alors l'équation : } x &= \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 \\ 84x &= 14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336 \\ 84x &= 75x + 756 \\ 9x &= 756 \\ x &= \frac{756}{9} \\ x &= 84\end{aligned}$$

Diophante est mort à l'âge de **84 ans**.

Exercice 9

Soit x la largeur de la piscine de Pierre. Le volume de sa piscine est : $x \times 2x \times 2 = 4x^2$

La piscine de Paul a pour largeur $(x + 1)$ et pour volume : $(x + 1) \times 2(x + 1) \times 2 = 4(x + 1)^2$

$$\begin{aligned}\text{En une journée, un débit de 25 L/min correspond à : } 25 \times 60 \times 24 &= 36\,000 \text{ L} \\ &= 36\,000 \text{ dm}^3 \\ &= 36 \text{ m}^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{On a alors : } 4(x + 1)^2 &= 4x^2 + 36 \\ 4(x^2 + 2x + 1) &= 4x^2 + 36 \\ 4x^2 + 8x + 4 &= 4x^2 + 36 \\ 8x + 4 &= 36 \\ 8x &= 32 \\ x &= 4\end{aligned}$$

Les dimensions de la piscine de Pierre sont **4 m ; 8 m et 2 m**.

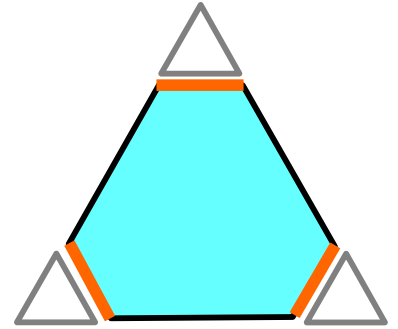
Exercice 10

Soit x la longueur du côté d'un petit triangle.

La somme des périmètres des trois petits triangles gris vaut : $3 \times 3 \times x = 9x$

Chacun des 3 côtés noirs de l'hexagone bleu mesure $(12 - 2x)$.
Son périmètre vaut donc $3(12 - 2x) + 3x$.

$$\begin{aligned} \text{On a donc : } 9x &= 3(12 - 2x) + 3x \\ 9x &= 36 - 6x + 3x \\ 9x &= 36 - 3x \\ 12x &= 36 \\ x &= 3 \end{aligned}$$



Chaque petit triangle a un côté de longueur **3 cm**.

Exercice 11

La figure est constituée de 4 rectangles. L'un de ces rectangles est un carré de 4 cm de côté.

Comme la diagonale d'un rectangle partage ce rectangle en deux surfaces de même aire alors la surface gris clair ci-contre a la même aire que la surface gris foncé.

On en déduit que le rectangle blanc a la même aire que le carré.

$$\begin{aligned} \text{D'où : } 10(x - 4) &= 16 \\ 10x - 40 &= 16 \\ 10x &= 56 & \text{D'où } x &= \mathbf{5,6 \text{ cm}} \end{aligned}$$

